

Der Hamburger Rechentest 1-4 (HaReT 1-4)

Jens Holger Lorenz

1 Einführung und Problemstellung

War bislang die Leserechtschreibschwäche (LRS) das Hauptproblem im kindlichen Lernprozess der Grundschulzeit, so rücken Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht zusehends in den pädagogischen Fokus. Die Bundesländer reagieren auf das vermeintlich vermehrte Auftreten dieser Lernstörung mit kultusbürokratischen Maßnahmen wie Nachteilsausgleiche, Förderanforderungen u.ä. Dies sind notwendige, aber keineswegs hinreichende Vorgaben und Möglichkeiten. Sie verbleiben lediglich normative Anforderungen, welche auf die Grundschullehrkräfte aufprallen. Hingegen bleiben die inhaltlichen, didaktisch-methodischen Vorgehensweisen unbeschrieben und müssen von den Praktikern im Alltag ausgefüllt und beseelt werden. Eine frühe Diagnose macht eine individuell angepasste Förderung prognostisch günstig. Auch wenn eine noch frühere Erfassung der Risikokinder mit Hilfe eines Screening-Verfahrens im Kita-Alter wünschenswert wäre, so lässt die bislang unzureichende Ausbildung der Erzieherinnen und Erzieher in Früherkennungsmaßnahmen und Diagnostik die Durchführung eines standardisierten Tests erst im Schulalter durch Lehrkräfte zu.

Je eher Anzeichen nachgegangen wird, die auf eine mögliche (!) Rechenschwäche hindeuten, umso günstiger ist die Prognose. Werden Ursachen erst spät erkannt, dann sind nicht nur die evtl. schlecht entwickelten kognitiven Faktoren zu stärken, sondern auch ein breiter Bereich falsch oder unzureichend aufgebauter mathematischer Begriffe erneut von Grund auf zu bilden. Ein mühseliges Unterfangen für alle Beteiligten.

Ein Test kann dies natürlich nicht leisten, aber er kann eine Hilfestellung darstellen. Er ist der erste Baustein in dem Bemühen der Lehrkraft, die verzögerten Entwicklungen des Kindes aufzudecken und rechtzeitig einer negativen Schulbiographie gegenzusteuern. Der Hamburger Rechentest 1-4 (HaReT1-4) wurde für das Hamburger Landesinstitut (LI) entwickelt mit der Zielsetzung, Kinder mit einer evtl. drohenden Rechenschwierigkeit möglichst frühzeitig zu erkennen.

2 Probleme der Schuleingangsphase

Die Heterogenität bei Schuleintritt stellt nicht nur eine unterrichtliche sondern auch eine diagnostische Herausforderung dar. Die kognitive Entwicklung der Schulanfänger divergiert in hohem Maße. Auf der einen Seite wird eine zunehmende Fähigkeit bei einer Vielzahl von Kindern beobachtet, die bereits bei Schuleintritt bis 1000 rechnen können, andere wiederum weisen z. T. sehr geringe Vorkenntnisse in den pränumerischen Fähigkeiten oder der Zahlenkenntnis auf. Darüber hinaus sind mögliche Entwicklungsverzögerungen in kognitiven Bereichen erkennbar, die das Lernen in der Schule beeinträchtigen oder gar zu verhindern drohen.

Durch die Standards und die in den Bundesländern formulierten Bildungspläne hat sich die Anforderung an die mathematischen Kompetenzen, welche die Schülerinnen und Schüler in den einzelnen Jahrgangsklassen entwickeln sollen, deutlich verändert. Was bislang noch als Hauptziel des Mathematikunterrichts in der Grundschule galt, nämlich die Entwicklung und Beherrschung der schriftlichen Rechenverfahren, gilt inzwischen als schlichte Fertigkeit und als basale Kompetenz. (Ob diese Fertigkeit überhaupt in Zukunft relevant sein wird, ist Gegenstand einer lebhaften didaktischen Diskussion, denn auch die Erwachsenen bedienen sich kaum noch dieser Technik.)

Die veränderten Ziele beinhalten insbesondere das verständige Umgehen mit Zahlen und Größen, das unter dem Konzept des „Zahlensinns“ subsumiert wird, sowie das Anwenden von Zahlen und Rechenoperationen in Problemlöse- und Sachsituationen. Es verschiebt daher die Grenze, von der ab ein Kind als von Rechenschwierigkeit bedroht zu gelten hat. War es bislang (fast) konsent, das Scheitern bei den vier Grundrechenarten als Rechenschwäche/Rechenschwierigkeit/Dyskalkulie zu verstehen, so wie es eine gängige Interpretation der ICD-10-Fassung der Rechenschwierigkeit unter F81.2 nahelegt, so sind durch die erhöhten Lernanforderungen auch jene Kinder von schulischem Versagen bedroht, welche die (schriftlichen) Rechenverfahren durchaus beherrschen. Es sind im Sinne einer Prophylaxe auch jene Kinder durch einen Früherkennungstest zu erfassen, die zwar im herkömmlichen Sinn „rechnen“ können, aber über wenig bis keinen Zahlensinn verfügen und in Anwendungssituationen scheitern.

Dies macht nach unserer Erfahrung die Charakteristik rechenschwacher Kinder aus: Sie verbleiben „zählende Rechner“, die sich durch das Auswendiglernen unverstandener Rechenverfahren mühsam durch die Klassenstufen quälen und hierbei durchaus

unerkannt, und in diesem Sinne sogar selbst in weiterführenden Schulen erfolgreich sein können („Zähler mal Zähler durch Nenner mal Nenner“, „Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit dem Kehrwert malnimmt“, etc.).

3 Theoretische Grundannahmen des Erwerbs von Zahlvorstellungen und des Aufbaus von Rechenoperationen in der Grundschule

Das aktuell akzeptierte theoretische Modell der Zahlenverarbeitung ist das sog. Triple-Code-Modell von Dehaene (1999). Es wird hierin davon ausgegangen, dass Zahlen im menschlichen Gehirn in Form eines imaginierten Zahlenstrahls („mental number line“) repräsentiert werden. Rechnen im Kopf geschieht nicht durch vorgestelltes schriftliche Rechnen und auch nicht durch Mengenoperationen in der Anschauung, sondern indem aufbauend auf der geometrischen Beziehung, die zwischen Zahlen in der Vorstellung existiert, Bewegungen vorgenommen werden. So rechnen die meisten Erwachsenen die Aufgabe $56+29$ als $56+30-1$ und springen in der Vorstellung in dem vorstellungsmäßigen Zahlenraum im Kopf nach rechts (+30), dann um 1 nach links (-1).

Zahlen sind demnach nicht durch Mengenvorstellungen repräsentiert, sondern durch Verortung auf dem mentalen Zahlenstrich. Hierbei werden räumliche Nähe und Entfernung zwischen Zahlen beim Rechnen ausgenutzt. Die Aufgabe $83-4$ wird von den meisten Erwachsenen gerechnet als $83-3-1$ (Abziehen), wohingegen die Aufgabe $83-79$ durch die enge räumliche Nähe zwischen der 79 und 83 gelöst wird (Ergänzen). Die räumlich-geometrische Repräsentation und die dafür notwendigen kognitiven Fähigkeiten sind für das Rechnen und für das Denken von Zahlen die wesentlichsten.

Dies wird auch durch die Untersuchungen von Aster (2005) belegt, der bei Kindern mit Rechenstörungen die Schwierigkeit beobachtete, visuell dargebotene geometrische Gestalten aus dem Gedächtnis zu rekonstruieren. Dieses Funktionsdefizit scheint insofern eine Bedeutung zu haben, als es für die Fähigkeit, mathematische Konzepte zu erwerben und in einem inneren Zahlenraum Richtung und Dimension einer Aufgabe durch gedankliche Bewegung zu erfassen, wesentlich und bestimmend ist. Die Erkenntnis, dass rechengestörte Kinder länger auf die Benutzung der Finger oder andere visuelle Anschauungshilfen angewiesen sind und die Entwicklung und Anwendung mentaler Strategien stark verzögert ist, verweist auf die Bedeutung der räumlich-dynamischen Vorstellungsfähigkeit und ihrer Defizite.

4 Konsequenzen für den HaReT 1-4

Der HaReT 1-4 versucht die beiden Aspekte zu erfassen: sowohl die kognitiven Voraussetzungen zu Beginn der Schulzeit, die für die Ausbildung der visuell-räumlichen Vorstellung der Zahlzusammenhänge notwendig sind, und in den höheren Klassen der Grundschule die Aspekte des Zahlensinns.

Es handelt sich also bei den Tests für die Klassen 1 und 2 vor allem um die Erfassung der Vorläuferfähigkeiten für den arithmetischen Anfangsunterricht - Fähigkeiten, die die Kinder mitbringen müssen, um das Zahl- und Operationsverständnis aufbauen zu können. Diese werden in den höheren Klassenstufen aus zeitökonomischen Gründen nicht mehr erhoben, zumal davon ausgegangen werden kann, dass Kinder mit solchen Defiziten bereits in den Eingangsklassen erkannt wurden. Sie aufzunehmen hätte zu einer nicht vertretbaren Erweiterung des Aufgabenpools geführt.

Es lässt sich aufgrund der vorhandenen Studien (Dornheim, 2008; Krajewski, 2003) festhalten, dass sich bei der Bestimmung der für die spätere Mathematikleistung relevanten kognitiven Fähigkeiten im Vorschulalter ein starker visuell-nonverbaler Faktor ergab, der entscheidend die arithmetische Leistung in den Grundschulklassen mitbestimmt,

Auf der Basis solcher Vorhersageinstrumente lassen sich Risikokinder vor bzw. zu Schuleintritt identifizieren, die möglicherweise (!) eine Lernschwäche im arithmetischen Bereich entwickeln werden. Kaufmann (2003) erhob bei Schulanfängern mittels standardisierter und informeller Tests die visuellen Fähigkeiten und die arithmetischen Vorkenntnisse. Bereits zu diesem Zeitpunkt zeigte sich ein Zusammenhang zwischen visuellen Faktoren, insbesondere der Raum-Lage-Beziehung und den Räumlichen Beziehungen, mit den arithmetischen Kenntnissen. Kinder mit defizitären visuellen Fähigkeiten wurden als Risikogruppe angesehen. Ein Teil dieser Kinder (Versuchsgruppe) erhielt eine präventive Förderung dieser Fähigkeiten in Kleingruppen, wie dies innerschulisch möglich ist, die anderen Risikokinder erhielten keine spezifische Förderung (Kontrollgruppe). Die Befunde zeigen, dass

- die visuellen Faktoren mehr als 36 % der Varianz der mathematischen Leistung am Ende der Klasse 2 aufklären,
- die Kontrollgruppe in ihren mathematischen Leistungen sämtlich signifikant

schlechter abschnitt als die Gesamtgruppe,

- die Versuchsgruppe sich signifikant von der Kontrollgruppe unterschied und in den Bereichen Operationsverständnis und Zahlbegriffsverständnis sogar an die leistungsstarken Schüler heran reichte.

Dies zeigt, dass zu Beginn der Schulzeit (und natürlich schon vorher) sehr viel mehr Möglichkeiten zur Leistungssteigerung und zum Fähigkeitsausgleich vorliegen, als gemeinhin genutzt wird, vorausgesetzt es werden frühzeitig diagnostische Verfahren verwendet, auf die Fördermaßnahmen gestützt sind.

Der HaReT 1-4 hilft der Lehrkraft in der Diagnose und Förderung, insbesondere

- die Identifikation der Kinder mit spezifischen Lernschwierigkeiten
- die Möglichkeit, aus den Testitemergebnissen entsprechende Hilfen für die betroffenen Kinder zu entwickeln.

Der HaReT 1-4 unterfüttert diese Fragen mit genaueren Daten, gibt Hinweise auf eine geeignete Suchrichtung und optimiert die sensible Entscheidungsfindung. Aus diesem Grund wird mit dem HaReT 1-4 ein Überprüfen auf allen Klassenstufen angestrebt, wobei der Testung bei Schulbeginn ein besonderes Gewicht zukommt.

5 Testkonstruktion

Der HaReT 1-4 ist in vier Jahrgangstests aufgeteilt, die jeweils am *Anfang* des Schuljahres (im ersten Vierteljahr) durchgeführt werden sollten. Ob die Tests als Gruppentest für die gesamte Klasse, etwa im Fall eines Lehrerwechsels, oder als Einzeltest für auffällige Schülerinnen und Schüler eingesetzt werden, bleibt der jeweiligen Lehrkraft überlassen.

Für jede Jahrgangsstufe liegen Parallelförmungen (A und B) so wie ein Anleitungsheft für die Lehrkraft vor. Zusätzlich gibt es ein Manual, in dem die Beschreibung der Einzeltests, der Testkonstruktion sowie die Kennwerte für die Einzeltests aufgenommen sind.

Die Tests sind so konstruiert, dass sie im unteren Leistungsbereich differenzieren, ein Deckeneffekt für die leistungsstärkeren Schülerinnen und Schüler wird bewusst in Kauf genommen - es kann also bei leistungsstarken Klassen durchaus sein, dass viele Schülerinnen und Schüler gut abschneiden. Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass der Test nicht das Curriculum der entsprechenden Klassenstufe abbildet. Vielmehr beschränkt

sich der Test auf *die Inhalte der jeweils vorangehenden Klassenstufe*, da er zu Beginn eines Schuljahres eingesetzt werden soll.

Da zu Schulbeginn nicht arithmetische Kenntnisse in großem Umfang zu erwarten sind, zumindest nicht bei jenen Risikokindern, welche mit HaReT 1-4 erfasst werden sollen, betont der Test in den Eingangsklassen die numerischen Vorläuferfähigkeiten. In den Klassen 3 und 4 wird hingegen die Ausbildung des Zahlensinns erfasst. Auf automatisierte Rechenfertigkeiten wird in dem Test weniger Wert gelegt, da diese häufig von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern gedächtnismäßig beherrscht und kompensatorisch eingesetzt werden. Sie sind daher nur bedingt indikativ für das Vorliegen oder Nichtvorliegen einer Rechenschwäche.

Der Test orientiert sich an den mit hohem Konsens versehenen Bildungsstandards, die auch jene kognitiven Fähigkeiten betonen, die zum Problemlösen befähigen. Der Test läuft daher im Gegensatz zu den meisten Schulleistungs- oder Rechenschwächetests, welche die basalen Rechenfertigkeiten und damit die unteren Kompetenzniveaus zu erfassen suchen, mit den Standards parallel. Dies muss betont werden, da möglicherweise einige Aufgabentypen, welche auf höhere Kompetenzen abzielen, als schwierig eingestuft werden.

Mithilfe des HaReT werden Aussagen über die Lernstände von Schülerinnen und Schülern in Mathematik ermöglicht, insbesondere werden Kinder mit Lernschwierigkeiten und Lernverzögerungen identifiziert. Der HaReT 1-4 gibt Hinweise auf mathematische Lernbereiche, für die besonderer Förderbedarf besteht. Dieser leitet sich nach der Diagnose aus dem erstellten Schüler-Profil kognitiver und arithmetischer Fähigkeiten ab.

Tabelle 1: Inhalte des HaReT 1-4:

		Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
VG	Vergleichen	X			
EZ	Eins-zu-Eins-Zuordnung	X			
SB	Suchbilder	X			
PZ	Puzzle	X			
MO	Mosaik	X			
PR	Präpositionen	X			
BO	Bilder ordnen	X			
VM	Vergleich von Mengen	X			
GU	Größere Zahl umkreisen	X	X		
VN	Vorgänger/Nachfolger		X		
WA	Würfelaufgaben		X	X	
ZF	Zahlenfolgen		X	X	X
ZO	Zahlen nach Größe ordnen		X		
AS	Addition/Subtraktion		X	X	X
ZS	Zahlenstrahl		X	X	X
UG	Ungleichungen		X	X	X
WN	Würfelnetze		X	X	
OF	Operationen finden			X	
TA	Textaufgaben			X	X
RA	Rechenaufgaben				X
KA	Klecksaufgaben				X
ER	Ergänzen				X
SCH	Schätzen				X
OP 1	Operationen finden 1				X
OP 2	Operationen finden 2				X

6 Fördermöglichkeiten

Es kann an dieser Stelle nicht gelingen, die verschiedenen und reichhaltigen Fördermaterialien darzustellen und zu bewerten. Auch wir haben Diagnose- und Fördermaterial entwickelt, die den HaReT begleiten und unterstützen können, und zwar für den Vor- (Kaufmann & Lorenz, 2009) als auch für den Grundschulbereich (Kaufmann & Lorenz, 2006).

Diese können aber erst greifen, wenn mit dem HaReT die Risikokinder identifiziert sind.

Literatur

- Aster, M.v. (2005). Wie kommen die Zahlen in den Kopf? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. v. Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (S. 13-33). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Aster, M.v. & Lorenz, J.H. (2013). *Rechenstörungen bei Kindern – Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht (2. wesentlich überarbeitete Auflage).
- Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn – Oder warum wir rechnen können*. Basel: Birkhäuser.
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Frankfurt: Lang.
- Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (Hrsg.) (2009). *Rechenschwäche – Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie*. Weinheim: Beltz.
- Gaidoschik, M. (2003). *Rechenschwäche – Dyskalkulie*. Wien: obv & hpt.
- Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche vorbeugen – Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen*. - Wien: G&G.
- Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen*. Seelze: Kallmeyer.
- Hasselhorn, M., Heinze, A., Schneider, W. & Trautwein, U. (Hrsg.) (2013). *Diagnostik mathematischer Kompetenzen*. Göttingen: Hogrefe.
- Hasselhorn, M., Marx, H. & Schneider, W. (Hrsg.) (2005). *Diagnostik von Mathematikleistungen* (Tests und Trends Bd. 4). Göttingen: Hogrefe.
- Kaufmann, S. (2003). *Früherkennung von Rechenstörungen in der Eingangsklasse der Grundschule und darauf abgestimmte remediale Maßnahmen*. Frankfurt: Lang.
- Kaufmann, S. & Lorenz, J.H. (2006). *Förder- und Diagnose-Box Mathe*. Braunschweig: Schroedel.
- Kaufmann, S. & Lorenz, J.H. (2009). *Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik*. Braunschweig: Westermann.
- Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2006). *Rechenstörungen – Diagnose und Förderbausteine*. Seelze: Klett.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht – Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Kallmeyer.

- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kovač.
- Landerl, K. & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie*. München: Reinhardt.
- Lorenz, J.H. (2003). *Lernschwache Rechner fördern* Berlin: Cornelsen.
- Lorenz, J.H. (2005a). Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. In M. Hasselhorn & H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen (Tests und Trends, Bd. 8)* (S. 29-48). Göttingen: Hogrefe.
- Lorenz, J.H. (2005b). *Hamburger Rechentest (HARET), Kl.1-4*. Hamburg: Behörde für Bildung und Sport.
- Lorenz, J.H. (2008). Diagnose und Förderung von Kindern in Mathematik – ein Überblick. In F. Hellmich & H. Köster (Hrsg.), *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 29-44). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Lorenz, J.H. (2009a). Diagnose und Prävention von Rechenschwäche als Herausforderung im Elementar- und Primarbereich. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 17-34). Münster: Waxmann.
- Lorenz, J.H. (2009b). Der „leere Zahlenstrahl“ – eine hilfreiche Lernumgebung für die diagnostische Tätigkeit in der Grundschule. In A. Peter-Koop, G. Lilitakis & B. Spindeler (Hrsg.), *Lernumgebungen – Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule* (S. 201-211). Offenburg: Mildenerger.
- Lorenz, J.H. (2010). Fortführung: Der leere Zahlenstrahl. *Mathematik differenziert, 1(2)*, 10-12.
- Lorenz, J.H. (2012). *Kinder begreifen Mathematik*. (Reihe: Entwicklung und Bildung in der Frühen Kindheit). Stuttgart: Kohlhammer.
- Lorenz, J.H. (2012). Schwierigkeiten beim Erlernen der Mathematik – Teil I: Theorie und Praxis der Förderung: Definition, Symptome, Ursachen. *Schulverwaltung NRW, 23(5)*, 145-147. (Wiederabdruck in *Schulverwaltung Baden-Württemberg, 21(11)*, 238-240; Wiederabdruck von Teil I und II in *Schulverwaltung Bayern, 36(4)*, 120-123).
- Lorenz, J.H. (2012). Schwierigkeiten beim Erlernen der Mathematik – Teil II: Theorie und Praxis der Förderung: Definition, Symptome, Ursachen. *Schulverwaltung NRW, 23(6)*, 176-177. (Wiederabdruck in *Schulverwaltung Baden-Württemberg, 21(12)*, 271-272).
- Lorenz, J.H. (2013). Der Hamburger Rechentest 1-4 (HaReT 1-4). In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 165-183). Göttingen: Hogrefe.
- Moser Opitz, E. (2001). *Zählen – Zahlbegriff – Rechnen*. Bern: Haupt.
- Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche/Dyskalkulie*. Bern: Haupt.
- Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. Göttingen: Hogrefe.